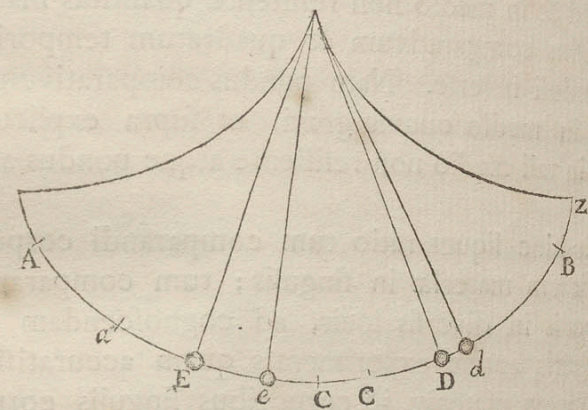


infimum ejus punctum; & erit vis acceleratrix qua corpus urgetur in loco quovis D vel d vel E ut longitudo arcus CD vel Cd vel CE . Exponatur vis illa per eundem arcum; & cum resistentia sit ut momentum temporis, ideoque detur, exponatur eadem per datam arcus cycloidis partem CO , & sumatur arcus Od in ratione ad arcum CD quam habet arcus OB ad arcum CB : & vis qua corpus in d urgetur in medio resistente, cum sit excessus vis Cd supra resistentiam CO , exponetur per arcum Od , ideoque erit ad vim, qua corpus D urgetur in medio non resistente in loco D , ut arcus Od ad arcum CD ; & propterea etiam in loco B ut arcus OB ad arcum CB . Proinde si corpora duo, D , d exeant de loco B , & his viribus urgeantur: cum vires sub initio sint ut arcus CB & OB , erunt velocitates primæ & arcus primo descripti in eadem ratione. Sinto arcus illi BD & Bd , & arcus reliqui CD , Od erunt in eadem ratione. Proinde vires, ipsis CD , Od proportionales manebunt



in eadem ratione ac sub initio, & propterea corpora pergent arcus in eadem ratione simul describere. Igitur vires & velocitates & arcus reliqui CD , Od semper erunt ut arcus toti CB , OB , & propterea arcus illi reliqui simul describentur. Quare corpora duo D , d simul pervenient ad loca C & O , alterum quidem in medio non resistente ad locum C , & alterum in medio resistente ad locum O . Cum autem velocitates in C & O sint ut arcus CB , OB ; erunt arcus, quos corpora ulterius pergendo simul describunt, in eadem ratione. Sinto illi CE & Oe . Vis qua corpus D in medio non resistente retardatur in E est ut CE , & vis qua corpus d in medio re-

sistente

sistente retardatur in e est ut summa vis Ce & resistentiæ CO , id est ut Oe ; ideoque vires, quibus corpora retardantur, sunt ut arcus CE , Oe proportionales arcus CB , OB ; proindeque velocitates, in data illa ratione retardatæ, manent in eadem illa data ratione. Velocitates igitur & arcus iisdem descripti semper sunt ad invicem in data illa ratione arcuum CB & OB ; & propterea si sumantur arcus toti AB , aB in eadem ratione, corpora D , d simul describent hos arcus, & in locis A & a motum omnem simul amittent. Isochronæ sunt igitur oscillationes totæ, & arcus totis BA , Ba proportionales sunt arcuum partes quælibet BD , Bd vel BE , Be quæ simul describuntur. *Q. E. D.*

Corol. Igitur motus velocissimus in medio resistente non incidit in punctum infimum C , sed reperitur in puncto illo O , quo arcus totus descriptus aB bisecatur. Et corpus subinde pergendo ad a , iisdem gradibus retardatur quibus antea accelerabatur in descensu suo a B ad O .

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA XXI.

Corporum funependulorum, quibus resistitur in ratione velocitatum, oscillationes in cycloide sunt Isochrone.

Nam si corpora duo, a centris suspensionum æqualiter distantia, oscillando describant arcus inæquales, & velocitates in arcuum partibus correspondentibus sint ad invicem ut arcus toti; resistentiæ velocitatibus proportionales, erunt etiam ad invicem ut iidem arcus. Proinde si viribus motricibus a gravitate oriundis, quæ sint ut iidem arcus, auferantur vel addantur hæ resistentiæ, erunt differentiæ vel summæ ad invicem in eadem arcuum ratione: cumque velocitatum incrementa vel decrementa sint ut hæ differentiæ vel summæ, velocitates semper erunt ut arcus toti: Igitur velocitates, si sint in aliquo casu ut arcus toti, manebunt semper in eadem ratione. Sed in principio motus, ubi corpora incipiunt descendere & arcus illos describere, vires, cum sint arcubus proportionales, generabunt velocitates arcubus proportionales. Ergo velocitates semper erunt ut arcus toti describendi, & propterea arcus illi simul describentur. *Q. E. D.*

Q q

PROPO.